NOM : Bluche	**PRENOM :** Théodore	**CLASSE :** MP1
Concours présenté : X		**Epreuve :** Maths I

<u>Nom de l'examintateur et commentaires éventuels :</u>

M. Rosso
Examinateur gentil et souriant, qui rigole avec vous quand vous vous égarez et arrivez à un résultat faux..c'est déconcertant. Ceci dit, il donne confiance, ce qui n'est pas mal pour une première épreuve.

<u>Sujet :</u>

$$\textit{Soient } z_1, z_2, \ldots, z_n \in \mathbb{C} \quad ; \quad |z_i| = 1$$

$$\textit{Soit } (u_k)_{k \in \mathbb{N}} \quad \textit{définie par :} \quad u_k = z_1^k + z_2^k + \ldots + z_n^k$$

Montrer qu ' il existe une suite extraite qui tend vers n.

J'ai commencé avec le cas particulier $z_i \in \mathbb{R}$.
Puis j'ai essayé de poser le problème avec la définition d'une valeur d'adhérence et en faisant un petit dessin.
Ne voyant pas comment arriver au résultat, j'ai déjà tenté n=1 $u_k = e^{ik\theta}$ avec
$\theta = x \times 2\pi \,;\, x \in \mathbb{N}, puis \in \mathbb{Z}, puis \in \mathbb{Q}, puis \in \mathbb{R}$ et c'est au passage $\mathbb{Q} \to \mathbb{R}$ que j'ai eu du mal

Puis il m'a guidé...

<u>Indications éventuellement données par l'examinateur :</u>

On pose le n-uplet $Z_k = (z_1^k, \ldots, z_n^k)$. Cela définit une suite bornée. Il existe donc une suite extraite $Z_{\varphi(k)} = (z_1^{\varphi(k)}, \ldots, z_n^{\varphi(k)})$ qui converge vers une limite qu'on ne connait pas.
Montrer à partir de là que (1, ... , 1) est une valeur d'adhérence.

Utiliser le fait que $Z_{\varphi(k)}$ est de Cauchy.